

② 小テスト ジャイロスコープ

1. 点Oが固定されていないとして、

- ・ 重心座標の運動方程式
- ・ 重心に対する角運動量

2. ジャイロスコープはどのような運動をするか。

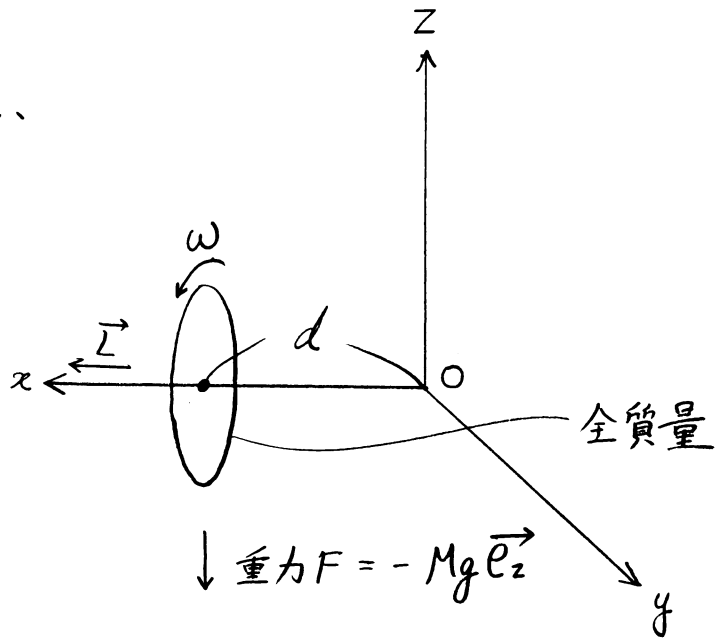
3. Oに対する力のモーメントは

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \vec{r} \times \vec{F} \\ &= Mgr \sin\theta \vec{e}_y \\ &= Mgd \vec{e}_y \quad \text{である。} \end{aligned}$$

Oに対する角運動量の運動方程式を書け。

4. Oに対する角運動量は、時間がたつとどうなるか？

5. 4の性質はどのような運動を表しているか。



1. ◦ 重心座標の運動方程式

$$M \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = -Mg \vec{e}_z \quad \left(\frac{d\vec{p}}{dt} = -Mg \vec{e}_z \right)$$

◦ 重心に対する角運動量

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}_{CM} = \underbrace{\vec{r} \times \vec{F}}_0 = 0 \quad \therefore \vec{L} = \text{const.}$$

2. $\vec{R} = (x, y, z)$

$$x = y = \text{const.}$$

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + z_0$$

∴ 回転を保ち、たまたま自由落下。

3. $\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{N} = Mg d \vec{e}_y$

4. $t = 0$

$$L_x = Mwa^2$$

$$L_y = 0$$

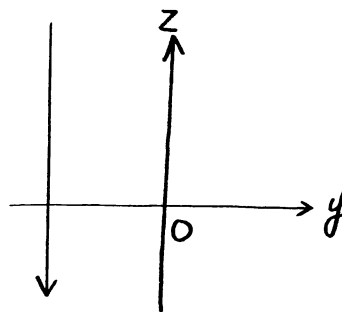
$$L_z = 0$$

$t = t$

$$L_x = Mwa^2$$

$$L_y = Mgd \cdot t$$

$$L_z = 0$$



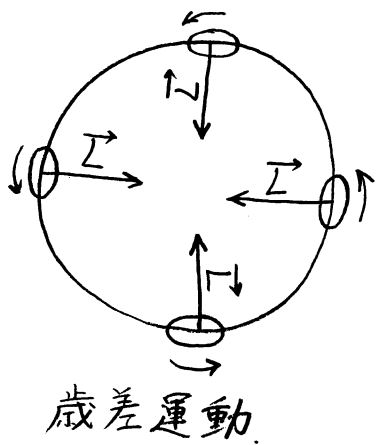
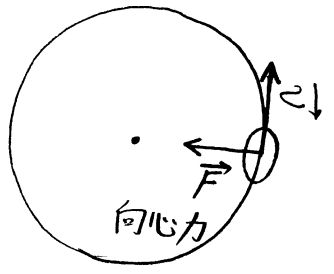
② ブーメラン



- 剛体四天王
- 回転を加えつつ勢いよく投げると、円を描いて元の位置に戻ってくる。

◦ 剛体の運動としてとらえる

→ 重心の運動と角運動量の変化。



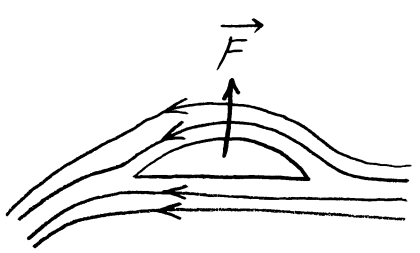
L が向きを変えるためには N が必要。

力のモーメント N

$$N = r \times F$$

◦ 向心力と力のモーメントを与える力とは？

- ~~重力？ (様重力)~~
- ~~空気抵抗~~
- 揚力



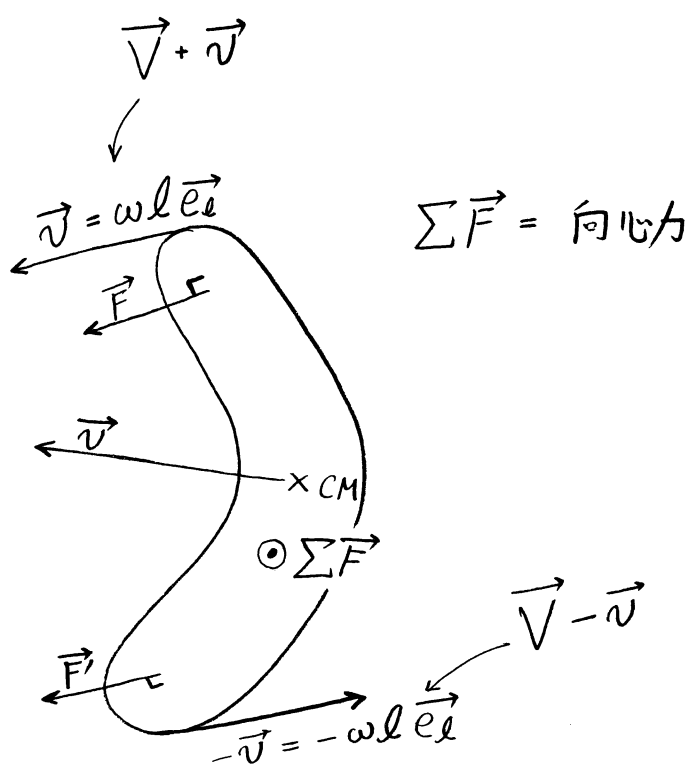
$$F = e_{\perp} \cdot (v)^2$$

力のモーメント N

$$N = r \times F + r' \times F'$$

↑ $(|F'| > |F|)$

L と直交する方向



◦ 4枚羽 ブーメラン

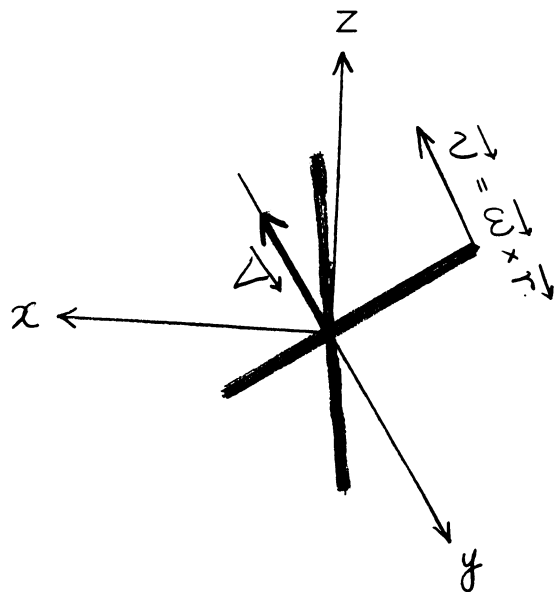
回転: yz 平面

重心の速度: $\vec{V} \propto -\vec{e}_y$

角速度: $\vec{\omega} \propto \vec{e}_x$

重心のまわりの角運動量: $\vec{L} \propto \vec{e}_x$

回転による速度: \vec{v}



• yz 平面で見る

◦ 羽1枚について

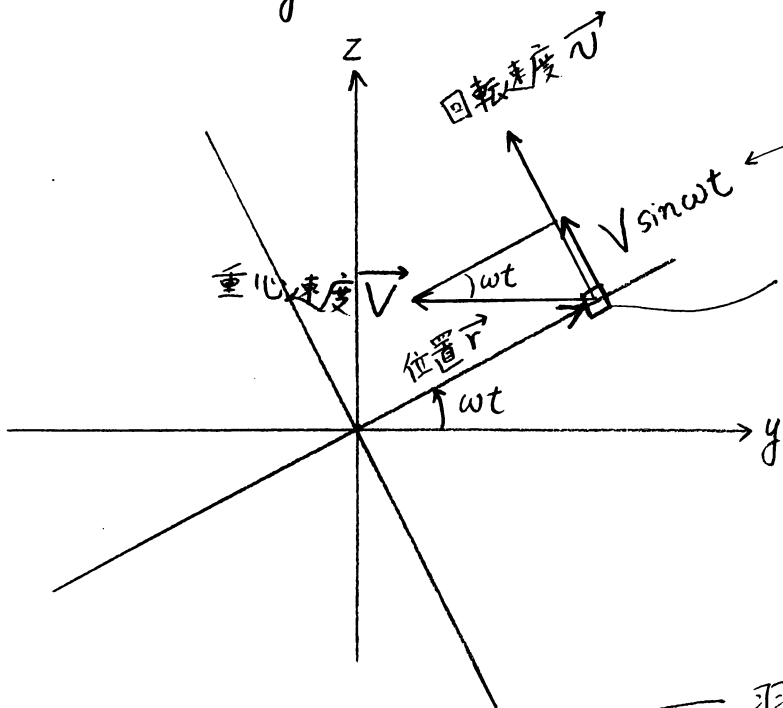
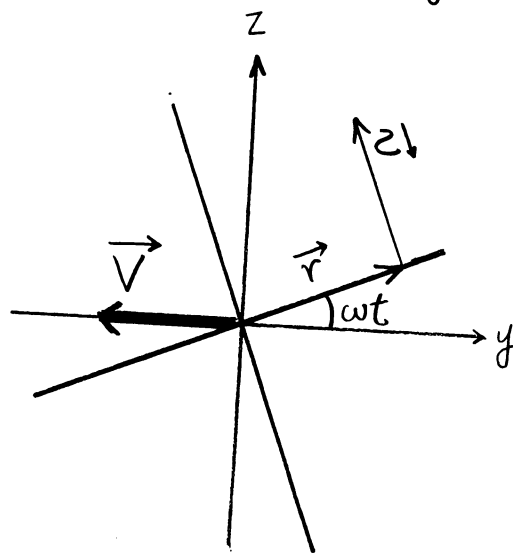
◦ 長さ l

◦ 質量 $\frac{M}{4}$

◦ 線密度 $\delta = \frac{M}{4l}$

• $\vec{r} = r (\vec{e}_y \cos \omega t + \vec{e}_z \sin \omega t)$

• $\vec{V} = -V \vec{e}_y$



揚力に寄与するのは羽に垂直な速度のみ

考える微小幅 dr

羽に垂直な速度成分

\vec{r} の位置の幅 dr にかかる揚力は

$d\vec{F} = c v_t^2 dr \vec{e}_x$ でかける

比例定数 (羽の形状, 気体の物性で決まる)