振動が微少振動とすると、

$x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ は微少量。

$$z = l - \sqrt{l^2 - (x^2 + y^2)} \simeq \frac{x^2 + y^2}{2l} = \underbrace{O(x^2, y^2)}_{\text{2次の微少量}}$$

(3) より、$T \simeq mg$

これを (1)(2) に代入して、$\dfrac{g}{l} \equiv \omega^2$ とすると、

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + 2(\Omega \sin\alpha)\dot{y} \quad \text{———} (4)$$

$$\ddot{y} = -\omega^2 y + 2(\Omega \sin\alpha)\dot{x} \quad \text{———} (5)$$

? 何を微少量とするかが恣意的に思う…?

$\Omega_F = \Omega \sin\alpha$ で回転する座標系を考える。

$$x = \cos(\Omega_F \cdot t)x' - \sin(\Omega_F \cdot t)y'$$

$$y = \sin(\Omega_F \cdot t)x' + \sin(\Omega_F \cdot t)y'$$

← 座標変換

?

これを (4), (5) に代入すると、　← 計算しよう。

$$\begin{cases} \ddot{x}' = -(\omega^2 + \Omega_F^2)x' & \text{———} (4)' \\ \ddot{y}' = -(\omega^2 + \Omega_F^2)y' & \text{———} (5)' \end{cases}$$

(4)', (5)' は単振動を表す.

$$\text{周期} \quad T = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega^2 + \Omega_F^2}}$$

振動面の回転

$$\Omega_F = \Omega \sin\alpha$$

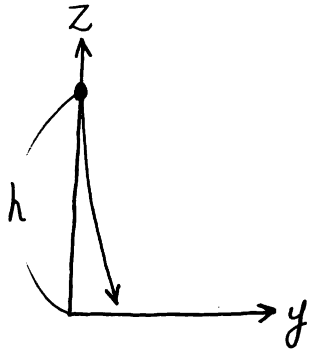
回転周期

$$T_{\text{回転}} = \frac{2\pi}{\Omega \sin\alpha}$$

$\alpha = 48.50°$ (パリ)

$$T_{\text{回転}} = 31\text{時間}47\text{分}$$

○ Neil の放物線



緯度 α，高さ h から自由落下

落下点は東に

$$y = \frac{\Omega \cos\alpha}{3}\sqrt{\frac{8h^3}{g}}$$ だけずれる。

$\alpha = 45°$， $h = 100m$

$\therefore\ y = 1.5cm$

[証明]

(22) で、$F_x = F_y = F_z = 0$ として、

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega \dot{y} \sin\alpha \\ \ddot{y} = -2\Omega(\dot{x}\sin\alpha + \dot{z}\cos\alpha) \\ \ddot{z} = -g + 2\Omega\dot{y}\cos\alpha \end{cases}$$

$\dot{x}, \dot{y} \ll \dot{z}$ と近似すると、

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 & \text{—— (1)} \\ \ddot{y} = -2\Omega(\dot{x}\sin\alpha + \dot{z}\cos\alpha) & \text{—— (2)} \\ \ddot{z} = -g & \text{—— (3)} \end{cases}$$

初期条件は、 $x = y = 0$

$z = h$

$\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$

(1) より、 $\dot{x} = 0$, $x = 0$

(3) より、 $\dot{z} = -gt$, $z = -\frac{1}{2}gt^2 + h$ —— (4)

このとき、(2) より、

$$\ddot{y} = 2\Omega gt\cos\alpha$$

$$\therefore \dot{y} = \Omega gt^2\cos\alpha$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}\Omega gt^3\cos\alpha \quad \text{—— (5)}$$

(4), (5) より、

$$y = \frac{\Omega\cos\alpha}{3}\sqrt{\frac{8(h-z)^3}{g}} \quad \text{—— (6)}$$ Neilの放物線