2012. 問2

$\log_e n = o(n^a)$ を証明しなさい。

ロピタルを使いたくない場合？

↓

テイラー展開か...

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\log_e n}{n^a}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{an^{a-1}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{an^a}$$

$$= 0.$$

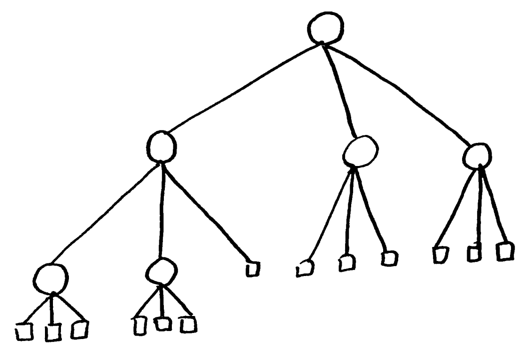
2012. 問3 (1)

木に辺が N本あるとき、節点数は何個？

$\underline{N+1}$ 個　(∵ ルートノードのみ辺をもたない)

問3 (2)

外部節点 E個の $\overbrace{\text{内部節点数}}^{3分木の}$ N は？



辺の数を L として、

$$\begin{cases} L = E + N - 1 \\ L = 3N. \ (3分木の定義) \end{cases}$$

↓

$$E + N - 1 = 3N$$

$$N = \frac{E-1}{2}$$

問3 (3)

(3-3-1) リンク順かつ先行順 : ABCDEF

(3-3-2)　〃　後行順 : DBEFCA

(3-3-3) レベル順 : ABCDEF

問4　二分探索プログラムの解析

```
int binsearch(int a[], int t, int b, int key){
    int m = (t + b) / 2;
    if (t > b) return -1;
    if (a[m] > key) return binsearch(a, t, m-1, key);
    else if (a[m] < key) return binsearch(a, m+1, b, key);
    return m;
}
```

(4-1)　関数の呼び出し回数を C_N として、漸化式

$$\begin{cases} C_N = C_{\frac{N}{2}} + 1 \\ C_1 = 1 \end{cases}$$

(4-2)　$N = 2^n$ として解く

$$\left.\begin{aligned} C_N &= C_{\frac{N}{2}} + 1 \\ &= \left(C_{\frac{N}{4}} + 1\right) + 1 \\ &= \left(\left(C_{\frac{N}{8}} + 1\right) + 1\right) + 1 \end{aligned}\right\}$$

$N = 2^n$ より

n 段

$$\begin{aligned} &= 1 + 1 + \cdots + 1 \\ &= 1 + n \\ &= 1 + \log_2 N \end{aligned}$$

問5 Quicksort

```
quicksort (int a[], int m, int r){
    int v, i, j, t;
    if (r > m){
        v = a[r];  i = m-1;  j = r;

        for ( ; ; ){
            while (a[++i] < v);
            while (a[--j] > v);
            if (i >= j) break;
            t = a[i];  a[i] = a[j];  a[j] = t;
        }
        t = a[i];  a[i] = a[r];  a[r] = t;
        quicksort (a, m, i-1);
        quicksort (a, i+1, r);
    }
}
```

(5-1) 細工

a[0] に一番小さな値を入れる。

(5-2) 既整列データ

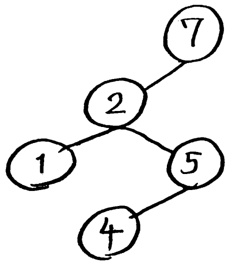
$\Theta(N^2)$

(5-3) すべて同じ値のデータ

$\Theta(N\log N)$

問6.

(6-1) 7, 2, 5, 4, 1 の 二分探索木



(6-2) (4) 子節点は黒

(5) 同じ数の黒接点がある。

(6-3) ノード数を N とすると、2色木の高さは
高々 $2\log N$ である。

問7. $h\underbrace{aaaa\cdots aa}_{49個}$

$a = 0000$

$\vdots$

$h = 0111 \longrightarrow (7)_{10}$

$\vdots$

$$\underbrace{16\Big(\cdots\Big(16\Big(16\Big(}_{49こ}\overbrace{\overbrace{\overbrace{16\times 7+0}^{7}\Big)+0}^{10}\Big)+0}^{7}\Big)\cdots\Big)+0$$

$(16\times 7+0)\% 17 = 112\% 17 = 10$ 奇

$(16\times 10+0)\% 17 = 160\% 17 = 7$ 偶

$(16\times 7+0)\% 17 = 112\% 17 = 10.$

$49 \rightarrow$ 奇数回 $\longrightarrow 10.$

mod = 17

haaaaa…… (aが49個) (16進数)

$$= 7 \times 16^{49} + 0 \times 16^{48} + 0 \times 16^{47} + \cdots + 0 \times 16^{1} + 0 \times 16^{0}$$

$$= 16\left(7 \times 16^{48} + 0 \times 16^{47} + 0 \times 16^{46} + \cdots + 0 \times 16^{0}\right) + 0$$

$$= 16\left(16\left(7 \times 16^{47} + 0 \times 16^{46} + 0 \times 16^{45} + \cdots + 0 \times 16^{0}\right) + 0\right) + 0$$

$$= \underbrace{16\Big(16\Big(\cdots 16}_{48こ}\big(7 \times 16^{1} + 0\big) + 0 \cdots\Big) + 0\Big) + 0$$

$$(7 \times 16) \div 17 = 112 \div 17$$
$$= (6 \times 17) + 10$$

$$17 \overline{)160} \quad 9,\ 153,\ 7$$

$$(16 \times 7 + 0) \% 17 = 10$$

48こ

$$(16 \times 10 + 0) \% 17 = 7$$

$$(16 \times 7 + 0) \% 17 = 10$$ ← 48こ目は偶数番目

∴ "haaa……aaa" % 17 = 10