先々週の復習

命題 5-1　母集団 $\sim N(\mu, \sigma^2)$ と、
（が正規分布に従う）

$$\overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \cdots + X_n) \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

標本平均も　正規分布に従うが、分散は $\frac{\sigma^2}{n}$ になる。

（p.86 の中心極限定理と比較すると、
p.86 では、$n \to \infty$ では~~ない~~なくてよい。
（正規分布に従わなくてよい））

5.8　$E[\overline{X}] = \mu$　標本平均 ＝ 母平均

5.9　$E[(\overline{X} - \mu)^2] = \frac{\sigma^2}{n}$

5.13　$E[S^2] = \frac{n-1}{n}\sigma^2$　標本分散 ＝ $\frac{n-1}{n}$ 母分散

例 4.2	5.2	5.3	5.4
p.89	p.113	p.114	p.117

$$\underbrace{\text{p.89}\quad\text{p.113}\quad\text{p.114}}_{Z = \frac{Y - \mu'}{\sigma'} \sim N(0,1)}$$

例 4.2 | 5.2 | 5.3 | 5.4

$$Z = \frac{Y - \mu'}{\sigma'} \sim N(0, 1)$$

$Y = X$

μ, σ

$Y = \overline{X}$

$\mu' = \overline{X}$

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \doteq \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{nS^2}{n-1}}$$

$$= \frac{S}{\sqrt{n-1}}$$

5章

p.122

命題5-3. 母集団 $\sim N(\mu, \sigma^2)$

$$Z = \frac{1}{\sigma^2}\left\{(X_1-\mu)^2 + \cdots + (X_n-\mu)^2\right\} \sim T_n$$

は自由度Nのχ^2分布に従う。?

命題5-4.
(μ 未知)

$$Z = \frac{1}{\sigma^2}\left\{(X_1-\overline{X})^2 + \cdots + (X_n-\overline{X})^2\right\} \sim T_{n-1}$$

例2. $N(3, \sigma^2)$

$n = 12$

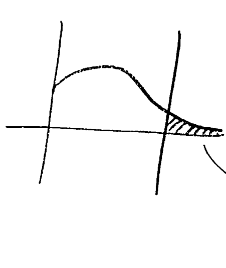
$$X = (X_1-3)^2 + \cdots + (X_{12}-5)^2 \sim T_{12}$$

$$10\% = P(X > 48)$$

$$= P\left(\frac{X}{\sigma^2} > \frac{48}{\sigma^2}\right) \qquad \sigma^2 = ?$$

$$= \int_{\frac{48}{\sigma^2}}^{\infty} T_{12}$$

← 自由度12のχ^2分布?



$$\xrightarrow{\alpha} = 0.1$$

	0.1
12	18.55

$$= \int_{18.55}^{\infty} T_{12}$$

$$\therefore \frac{48}{\sigma^2} = 18.55 \qquad \therefore \sigma^2 = 2.59$$

?

例題5.6 $N(\mu, \sigma^2)$

$n = 12, \quad s^2 = 4.0$

$$Z = \frac{12s^2}{\sigma^2} \sim T_{11}$$

$$0.1 = P(s^2 > 4.0)$$

$$= P\Big(\underbrace{\frac{12s^2}{\sigma^2}}_{Z} > \frac{48}{\sigma^2}\Big)$$

$$= \int_{\frac{48}{\sigma^2}}^{\infty} T_{11}$$

$$= \int_{17.28}^{\infty} T_{11}$$

$$\frac{48}{\sigma^2} = 17.28$$

$$\sigma^2 = 2.78$$

6章

5.8 → 6.2

5.13 → 6.3

?

$$L = e^{-\mu}\frac{\mu^{x_1}}{x_1!}\cdot e^{-\mu}\frac{\mu^{x_2}}{x_2!}\cdot e^{-\mu}\frac{\mu^{x_3}}{x_3!} = e^{-3\mu}\frac{\mu^{x_1+x_2+x_3}}{x_1!\,x_2!\,x_3!} \rightarrow C$$

$$0 = \frac{dL}{d\mu} = \frac{1}{c}\left(-3e^{-3\mu}\cdot\mu^{x_1+x_2+x_3} + e^{-3\mu}(x_1+x_2+x_3)\mu^{x_1+x_2+x_3-1}\right)$$

$$L = \prod f(x_i) = \prod \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\right)^n e^{-\frac{1}{2}\sum\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

p. 131 1

p. 132 2, 4, 5, 6

$n = 9$ をくりかえす?

$\frac{1}{20} = P(s^2 > 1.0)$

$\sigma^2 = ?$

$\mu =$ 不明

$T = \frac{X}{n}$

nは試行回数ではないな

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$

$N(\mu, \sigma^2)$

$N(\mu, \sigma^2)$

$n = 12$

$\frac{1}{10} = P(S^2 > \cancel{0.}4.0)$

S^2

?

$N(3, \sigma^2)$

$n = 12$

$X = (X_1 - 3)^2 + \cdots + (X_{12} - 3)^2$

$0.1 = P(X > 48)$

$Z = \frac{X}{\sigma^2}$ は、自由度12のχ^2分布に従う。

$n = 12$, $\alpha = 0.100$, $Z > 18.55$

$\frac{48}{\sigma^2} = 18.55$