

# 行列の階数 (rank)

何の行列が与えられていたら、決まります。

$$\exists \text{ 行列 } A \longrightarrow \text{rank } A \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

定義  
(計算レベル?)

正則行列  $P, Q$  があって、

$$PAQ = \begin{pmatrix} E_r & O_{r,t} \\ O_{s,r} & O_{s,t} \end{pmatrix}$$

と変形でき、

このとき  $r$  を  $A$  の rank と呼ぶ。

この 1 の並びを単因子  
っていうの？

$A$

行の基本変形

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 \\ & & & 1 \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix}$$

列の基本変形

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 \\ & & & 1 \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix}$$

転置  $t(PAQ) = {}^tQ {}^tA {}^tP$

$$\text{rank } BA \leq \text{rank } A$$

転置して  $\text{rank } {}^tA {}^tB \leq \text{rank } {}^tA$   
 ${}^tA \in A, {}^tB \in B$  でおきかえる  
 $\text{rank } AB \leq \text{rank } A$

