p.187　5.4.2 陰関数定理

x, y という独立変数があって、
2変数関数 $f(x,y)$ を考える。

局所的に $f(x,y)=0$ をみたすとき、
y が x の関数になる（y が x によって一意に決まる）
ための条件。

陽関数として表せる条件。

- ちゃんと書く
- 条件（前提）

  $f(x,y)$ が C^1 級である。

  点 (a,b) が特異点ではない。$\left(\Longleftrightarrow f_x(a,b) \neq 0 \quad \text{or} \quad f_y(a,b) \neq 0\right)$

- 結論

  $\varphi(x)$ が存在 $\begin{cases} b = \varphi(a) \\ f(x, \varphi(x)) = 0 \quad (U\text{内の }(x, \varphi(x))) \end{cases}$

- 証明（p.188）

  1°

2°. φの連続性

不連続の定義　$^{\exists}\varepsilon$, $^{\forall}\delta$, $|x-c|<\delta$

$$|\varphi(x)-\varphi(c)| \geq \varepsilon$$

4°. φがC^1級であること.

fはC^1級なので、平均値の定理が使えて、

$$f(x+h,\ y+k) - f(x,y) = hf_x(x+\theta h,\ y+\theta k) + kf_y(x+\theta h,\ y+\theta k)$$

k ?

$$k = \varphi(x+h) - \underbrace{\varphi(x)}_{y}$$

$$0<\theta<1$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\varphi(x+h)-\varphi(x)}{h} = \frac{k}{h}$$

$$= -\frac{f_x(x+\theta h,\ y+\theta k)}{f_y(x+\theta h,\ y+\theta k)} = -\frac{f_x(x,y)}{f_y(x,y)}$$

p.198 §.6 条件つき極値

。例： 半球面 $x^2+y^2+z^2=1$ $(z \geq 0)$ の上で、
$f(x,y)=x^2+y^2$ のとりうる最大値。

5.6.2 ラグランジュの乗数法 (未定係数法)

○ 例：三角形の 3辺の長さの和が一定 $(=2a)$ のとき、
面積が最大になるのは？

$$\underbrace{g(x) = x + y + z = 2a}_{\text{条件の方 (平面曲線？)}}$$ とおく。 (x, y, z は各辺の長さ)

$0 < x, y, z < a$

$$\left(\begin{array}{l} S = \sqrt{a(a-x)(a-y)(a-z)} \\ S^2 = a(a-x)(a-y)(a-z) \end{array} \right)$$

$$\frac{S_x}{g_x} = \frac{S_y}{g_y} = \frac{S_z}{g_z} \quad (= \lambda)$$

$$S_x = -a(a-y)(a-z)$$
$$S_y = -a(a-x)(a-z)$$
$$S_z = -a(a-x)(a-y)$$

$x = y$

$y = z$

o p. 204 ～ 207

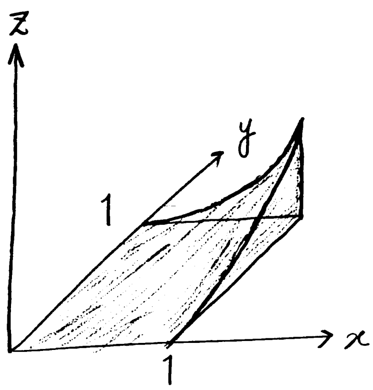
一般的な位相空間の話

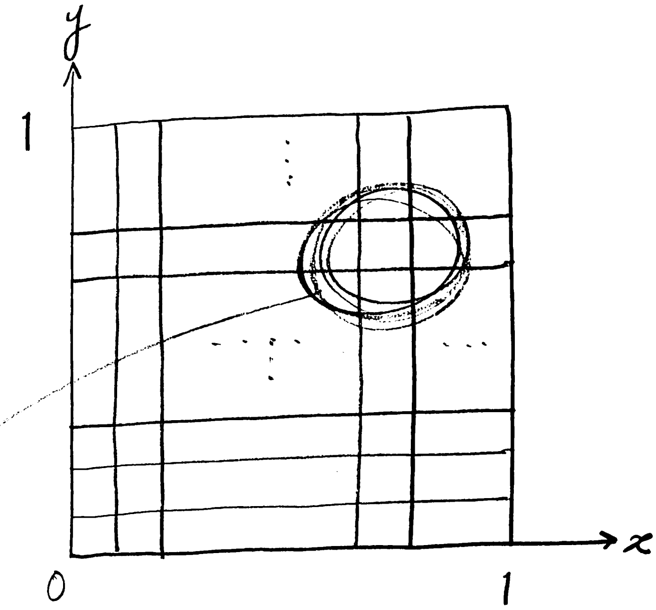
(普通の解析の教科書だと最初に出てくる)

5.7.9 の準備が？

p.211 第6章 多変数関数の積分

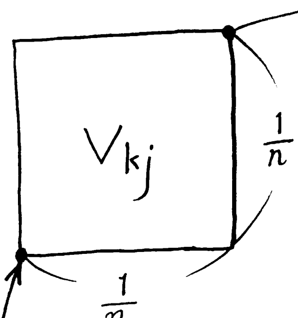
○ 例: $f(x,y) = xy$





n等分

$$f\left(\frac{k+1}{n}, \frac{j+1}{n}\right) = \frac{(k+1)(j+1)}{n^2}$$



$$f\left(\frac{k}{n}, \frac{j}{n}\right) = \frac{kj}{n^2}$$

$$\frac{1}{n^2} \cdot \frac{kj}{n^2} \leq V_{kj} \leq \frac{1}{n^2} \cdot \frac{(k+1)(j+1)}{n^2}$$

$$\frac{1}{n^4} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} kj \leq V \leq \frac{1}{n^4} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} (k+1)(j+1)$$

$$= \frac{1}{n^4} \left(\sum_{k=1}^{n-1} k \right)^2$$

$$= \frac{1}{n^4} \left(\frac{n(n-1)}{2} \right)^2$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^2$$

$$= \frac{1}{n^4} \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} kj$$

$$= \frac{1}{n^4} \left(\sum_{k=1}^{n} k \right)^2$$

$$= \frac{1}{n^4} \cdot \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^2$$

$$\Big\downarrow \; n \to \infty$$

$$\frac{1}{4} \leq V \leq \frac{1}{4}$$