$\mathbb{R}^2$の領域Dで定義された関数$F(x,y)$に対して、
方程式$F(x,y)=0$によってxとyとの関係が定まる。
すなわち、Fの零点集合Z

$$Z = \left\{ (x,y) \in D \;\middle|\; F(x,y) = 0 \right\}$$

が定義される。
区間Iで定義された関数$y = f(x)$が、

$$(x, f(x)) \in D \quad \text{and}$$
$$F(x, f(x)) = 0$$

をみたすとき、
関数$y=f(x)$を、"$F(x,y)=0$によって定まる陰関数"という。

p. 151 定理4.15

$\mathbb{R}^2$ の領域 D で定義された C^1 級の関数 $F(x,y)$ が
D の点 (a,b) で $F(a,b)=0$ かつ $F_y(a,b) \neq 0$ を
みたすならば、
a を含む開区間 I と、I で定義された関数 $y=f(x)$ と、
正の数 ε で、次の3条件をみたすものが存在する。

(1) $b=f(a)$ かつ $y=f(x)$ は、$F(x,y)=0$ の陰関数である。

$$\Big(\big(x, f(x)\big) \in D \text{ かつ } F\big(x, f(x)\big)=0 \quad (x \in I) \Big)$$

(2) $x \in I$, $|y-b| < \varepsilon$ かつ $F(x,y)=0$ ならば、
$y=f(x)$ である。

(3) $F_y\big(x, f(x)\big) \neq 0 \quad (x \in I)$

このとき $f(x)$ は C^1 級で、

$$f'(x) =$$

○ 5.6.1

$g(x,y)=0$ という条件のもとに、

関数 $f(x,y)$ が点 (a,b) で（狭義）極小、であることの定義。

$g(a,b)=0$ であり、

$g(x,y)=0$ をみたすような (a,b) に近いすべての点 (x,y)

（ただし (a,b) は除く）に対して、

$f(a,b) < f(x,y)$ がなりたつ。

○ 5.6.2 ラグランジュの乗数法

f も g も C^1 級とし、条件 $g(x,y)=0$ のもとに、

点 (a,b) で f が広義極値をとるとする。

もし (a,b) が、曲線 $g(x,y)=0$ の特異点でなければ、

$$f_x(a,b) = \alpha g_x(a,b)$$

$$f_y(a,b) = \alpha g_y(a,b)$$

となる数 α が存在する。