- 2分探索法

p.88 ?　1巻?2巻?を見て導出をかくにん 宿題

$$C_N = C_{\frac{N}{2}} + 1 \longrightarrow C_N = \log_2 N$$

になる。

- 2分探索の 宿題

同じkeyを許す場合
(1つだけ見つけるんじゃなくて、keyのはんいをさがす)

- 1つの方法(1番単純)
  普通に2分探索で1つ見つけて
  前後を線形探索

↓

一般にやばい $\Theta(N)$
全て同じ値の場合

- $\log_2 N$ で探す方法があるよ。
  2分探索法を工夫する

○ 2分探索木の平均（期待値）

・準備

・内部道長というのを定義する。（すべてのノードのレベルの合計）

↓

・全体のノード数をNとするとき、各ノードの平均のレベルは $\frac{\text{内部道長}}{N}$ である。

でもこれ、木の高さとはちがうじゃん。
平均レベルと計算量ってちがうんじゃない？

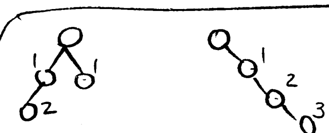
↑

最悪計算量を求めるのではない。
平均計算量を求めるのだ。

・ノード数Nの場合の内部道長をC_Nとする。

・ノード数4の場合

C_4

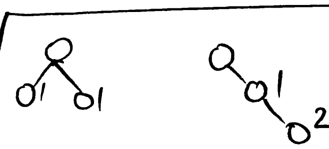


4とか　6とか　いろいろあるけど

全ての場合を平均

・ノード数3の場合

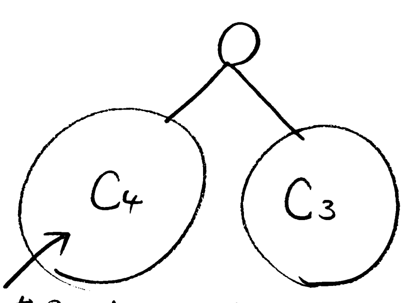
C_3



2とか　3とか　いろいろあるけど

全ての場合の平均

・例えば下のような木は各ノードのレベルが1ずつ上がる



4つあるノードが1ずつ上がる

この木の内部道長
$= C_4 + C_3 + 4 + 3$

- しかしこれは C_8 ではない。

ノード数8の場合は他にもいろいろ形があって、平均しないといけないから。

C_8^{4} と書こう

左に C_4 があるよ、という意味

右に C_3 があるね

(C_{8-4-1} だね)

他に $C_0, C_1, C_2, C_3, C_5, C_6, C_7$ の可能性がある

- じゃあ、C_N^{ℓ} というのを考えよう。

$$C_N^{\ell} = C_\ell + C_{N-\ell-1} + (N-1)$$

$0 \sim N-1$ の可能性があるので、

$$C_N = \frac{1}{N}\left(\sum_{\ell=0}^{N-1} C_N^{\ell}\right)$$

$$= \frac{1}{N}\left(\sum_{\ell=0}^{N-1}\left(C_\ell + C_{N-\ell-1} + (N-1)\right)\right)$$

$$= \frac{1}{\cancel{N}} \times \cancel{N}(N-1) + \frac{1}{N}\sum_{\ell=0}^{N-1}\left(C_\ell + C_{N-\ell-1}\right)$$

自力でとくの？

○ Quicksort の平均計算量の漸化式も立ててみよう

p.139 にある 1巻

最良の場合

$$Q_N = (N+1) + 2Q_{\frac{N}{2}}$$

平均

$$Q_N = (N+1) + \underbrace{\frac{1}{N}\sum_{l=0}^{N-1}\left(Q_l + Q_{N-l-1}\right)}_{\text{すべての分割のしかたの平均}}$$

$Q_1 = Q_0 = 0$ とする

$$Q_N = (N+1) + \frac{1}{N}\sum_{l=1}^{N}\left(Q_{l-1} + Q_{\underbrace{N-(l-1)-1}_{N-l}}\right)$$

に変形した方が見やすい。

$$NQ_N = N(N+1) + \sum_{l=1}^{N}\left(Q_{l-1} + Q_{N-l}\right)$$

$$NQ_N = N(N+1) + \sum_{l=1}^{N}Q_{l-1} + \sum_{l=1}^{N}Q_{N-l}$$

実は同じ

$$NQ_N = N(N+1) + 2\sum_{l=1}^{N}Q_{l-1}$$