（続き）
階段行列

○ 理解している？

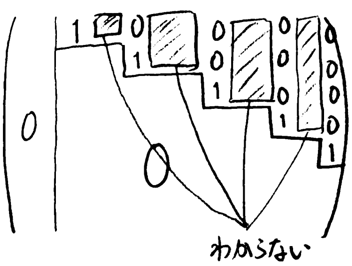
（3）は階段行列。　$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ は階段行列。

水曜までのレポートでこれも階段行列になるように記述すること

初~~先頭~~項

○ 各行を c 倍 $\left(E_i(c) \right)$ して、全部左端を１にする。

○ 階段行列をつくりおわって、今度は下から階段行列をつくるみたいな操作をすると、初項の上は全部１にできる。



→ ここまできて簡約階段行列というらしい。

最もかんたんな簡約階段行列は、単位行列

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 5 \end{cases} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

○ 行の基本変形というのは、基本行列を左からかけること。

$A \longrightarrow R_k R_{k-1} \cdots R_1 A = E_n$ となったとすると、

$(R_k R_{k-1} \cdots R_1) A = E_n$ である（結合律）。

$\therefore B = R_k R_{k-1} \cdots R_1$ とおくと、

$BA = E_n$ で、逆行列の定義より、

B は A の逆行列。

- じゃあ A の逆行列を求めなさいと言われたら？

$$\underbrace{\underbrace{R_k R_{k-1} \cdots R_1}_{\text{ここは逆行列だよね}} A}_{\text{ここが逆行列になるよね。}}$$

このAが単位行列だったら

かけ算で右の行列の列は別の列に干渉しないよね。

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} a_{11} & \cdots & a_{1n} & 1 & & O \\ \vdots & & \vdots & & \ddots & \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} & O & & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{かける}]{R_1\text{を左から}} \left(R_1 A \mid R_1 E\right)$$

$$\left(R_k \cdots R_1 A \mid R_k \cdots R_1 E\right) = \left(E \mid B\right)$$

- (例)

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{P_{12}} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{21}(-2)} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \end{array}\right) \xrightarrow{E_2(-1)} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{E_{12}(-1)} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right)$$

-

$$\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

- どんな行列も簡約階段行列になる。
パターンは？

1×1

$(0)\ (1)$

2通り

2×2

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

同じと見なすことも

$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

違いは？

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 正方行列の場合、初項の数と行の数が同じ列の数だけ1がでてくる。

○ $\boxed{B}A = E_n \longrightarrow AB = E_n$ は成り立つか？

(基本行列の積)

• $R_k \cdots R_2 R_1 A = E_n$ なら、
$A R_k \cdots R_2 R_1 = E_n$ ？

A^{-1} があるかどうかは分からないが
R_k^{-1} は存在する（自分の操作を戻す操作ができるでしょ？）

すると、$(R_k \cdots R_2 R_1)^{-1}$ は存在するらしい。