Transpose
転置行列 は 非常に便利。

行と列は別の概念なんだけど、
行だけ考えて終わらせられる
(列は行にしちゃって同じように処理しちゃう)

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & & \\ a_{12} & & & \\ & & & \\ a_{1n} & & & a_{nm} \end{pmatrix}$$

対角線を中心に配置をひっくりかえす
(正方じゃない~~から~~けど)

$A = (a_{ij})$ の転置行列を (a_{ji}) と書かない

別の記号になったから、
全体として同じ行列になっている
(j 行 i 列を a_{ji} ではなく a_{ij} としたいのだ)

$B = (b_{ij})$ で、$b_{ij} = a_{ji}$ となるもの

(i,j) 成分を b_{ij} と書きますよという行列全体の記号

成分を1つとり出してきた記号

$${}^t(AB) = {}^tB\,{}^tA$$ ← 1番よく使うけど証明できる？

(i,j)成分が同じであることを示せばよい。

$${}^tA = A$$ ← 対称行列

わかることは？

行と列の数が同じ

$a_{ij} = a_{ji}\ ,\ \forall i,j$

$${}^tA = -A$$ ← 交代行列

問題

Aを正方行列とする。

$\longrightarrow\ \exists B$（対称行列），$\exists C$（交代行列）

s.t. $A = B + C$

3年生くらいになると
これが正しくない
設定もでてくる。

（任意の正方行列から対称行列つくれる？

$A + {}^tA$

交代行列は？

$A - {}^tA$）

$$A = \underbrace{\frac{A+{}^tA}{2}}_{B} + \underbrace{\frac{A-{}^tA}{2}}_{C}$$

とすれば表せる。

<u>レポート</u>　これ以外に$A=B+C$で表す方法が存在するかどうか。

p.25　1.6　ブロック分割　　飛ばそうと思ったけど、
(積のときに説明した)

小行列の左の列と右の行の数が一致していないと、
かけざんできない？　←　でたらめに分けちゃだめだよ

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)^{500} \longrightarrow \left(\begin{array}{c|c} E_2 & B \\ \hline O & E_1 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} E_2 & B \\ O & E_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_2 & C \\ O & E_1 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} E_2^2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}(0\ 0) & E_2C + BE_1 \\ \hline OE_2 + E_1O & OC + E_1^2 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{c|c} E_2 & C+B \\ \hline O & E_1 \end{array}\right)$$

$$= \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & \multirow{2}{*}{$500\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$} \\ 0 & 1 & \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

こういう構造をもつように変形する
2年生になってジョルダン標準形

p.27 1.7 正則行列

正則行列とは

今の議論がOKな行列

($AX = b$ となる X を求めよ

両辺に $\frac{1}{A}$ をかける

$\frac{1}{A} \times A \times X = \frac{1}{A} \times b$

$A = 0$ はダメだけど他はOK？

$$\overset{A}{\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ & & \\ & & \end{pmatrix}} \overset{X}{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 3x+5y+z \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \overset{b}{\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}}$$

まず $\frac{1}{A}$ という記号はよくない

$\frac{1}{A}B \neq B\frac{1}{A}$ のとき、$\frac{B}{A}$ と書かれると困る。

定義　$^\forall A \in n$ 次正方行列

s.t.　$^\exists B \in n$ 次正方行列

$\Longrightarrow AB (= BA) = E_n$

(B は A の逆行列と呼び

$B = A^{-1}$ と表す)