2013.04.25(木1) 力学1(物理1年) 2週目

高校の時にやった運動の法則というものをもう一度考えたい

2章 運動の法則

2.1 運動の3法則(ニュートンの3法則 - ニュートン力学)

大学でやる発展的な学習内容の中にはもうちょっと進んだ力学も存在する。
量子力学、相対性理論。
ですが、この授業でやるのはニュートン力学を、もうちょっと体系づけて勉強していく。

1. 運動の第1法則 = 慣性の法則
   外部から力が働かないか、外力が釣り合っているとき、静止している物体は静止を続け、運動している物体は等速直線運動を続ける。
   プリンキピアの記述に基づくと…。

2. 運動の第2法則 = 運動の法則
   物体の加速度は力に比例する
   m a = F
   この授業でやってきた微分という考え方に従うと、aは位置の2階微分だから、
   mr^{‥} = F
   ベクトルだから、力の方向と加速度の方向は同じであると言っていますよね。

3. 運動の第3法則 = 作用反作用の法則
   質点Aが質点Bに力を及ぼすとき、BはAに対して力を及ぼし、その大きさは等しく、その方向はABを結ぶ直線上に沿い、その向きは反対である。
   あんまり当たり前じゃない。
   理由を説明するというのは法則に対してあまり意味がなくて…

力が働かないとき
F = 0
運動の第2法則によると、 m a = 0
これは a = 0 (ベクトルとして) だから、
等速直線運動 or 静止

第2法則で第1法則で説明できるじゃないか。

高校でみなさんがどう教わったか色々あると思う。

まぁ必要だからニュートンが3つの法則を作ったわけです。

第2法則がなくて第1報即だけの場合を考えてみましょう。

加速度運動をしている電車の中で、電車のなかのひとから見ると第1法則は成り立っていない。何も力を加えていないのに加速度運動をしている。

つまり第1法則はいつでも成り立つわけじゃない。

第1法則の意味は、第1法則が成り立つような系(座標の取り方)で運動を記述

慣性系(慣性の法則が成り立つ系)

というわけで、今まで言葉だけで覚えてた人は、3法則はちゃんと物理的に意味があると覚えて下さい。

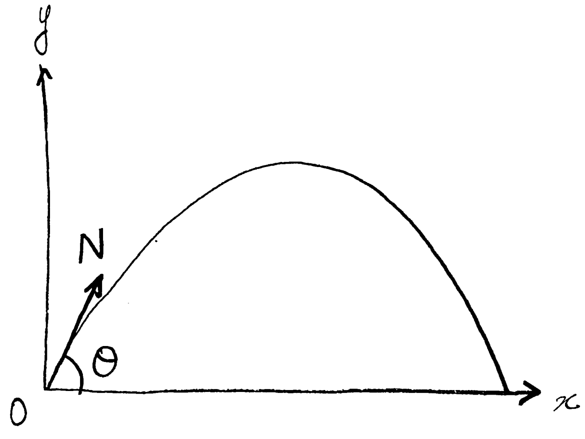
第1法則が成り立たないような系でも記述できるような力学を作りましょうというのが相対性理論。

2.2 基本的な運動

みなさんが今までやってきた簡単な運動について考察したい。

(1)一定の重力場での放物運動

重力場は鉛直方向なので、運動がそれることはないので、必要なのは2次元平面



次に慣性系かどうかを確認する。普通は地上に固定した座標系という。それで普通といたらいいんですが、この授業の後半でやるんですが、運動の法則そのものはニュートンの3法則で記述されるが、どの程度の制度で答えを知りたいか。ロケットを飛ばして人工衛星を飛ばす場合、地球に固定した座標系は本当に慣性系か？つまり、地球の運動は無視してもいいような運動を考えましょうと考えているが、地球は自転しているし、好転しているし、太陽系そのものも銀河の中で運動しているし、銀河も宇宙の中で運動している。厳密には地球に固定した座標系は本当には正しくない。宇宙に固定した座標系が正しいかというと、それも場合によって厳密な意味で正しくなくなってくる。

つまり、完成の法則って言うのは理想型だということになる。この自然界の中に厳密な慣性系があるかどうか分からない。

まぁそれを考えると計算できなくなるので、どのくらいのスケールで計算するか。ここでは地球に固定した座標で考える。

物理法則は数学的に無限の制度で正しいということはない。そこまで確認したら後は安心して運動方程式を立てなさい。

まずx方向とy方向と二つ考えなさいと言うことだから、まずx座標の二階微分、…

$$m\ddot{x} = 0 \quad \text{——— ①}$$
$$m\ddot{y} = -mg \quad \text{——— ②}$$

①より、　　1階積分して

$$\cancel{m}\ \ddot{x} = 0$$
$$\dot{x} = v_x = C_1$$

これを微分方程式として扱うと言うことをやってなかったので、やりましょう。
初期条件(問題に与えられた条件)を用いて定数を決める。

$t = 0$ で　$v = v_0$

言いかたをかえると、

$$v_x = v_0 \cos\theta$$
$$v_y = v_0 \sin\theta$$

$$\therefore\ \dot{x} = v_0 \cos\theta \quad (一定)$$

次にy方向

②より、

$$\ddot{y} = -g$$

$$\dot{y} = -gt + C_2$$

初期条件より、

$$t=0, \quad v_0 \sin\theta = C_2$$

$$\therefore v_y = -gt + v_0 \sin\theta$$

これで速度のx方向とy方向が求まりました。

次に座標位置を求める。
速度が求まったのでこれを積分。

$$x = \int \dot{x}\, dt = v_0 \cos\theta \cdot t + D_1$$

初期条件：$t=0$ で $x=y=0$ より、

$$D_1 = 0$$

$$\therefore x = v_0 \cos\theta \cdot t \quad \text{――― ③}$$

y座標についても同様。

$$y = \int \dot{y}\, dt$$

$$= \int (-gt + v_0 \sin\theta)\, dt$$

$$= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\theta \cdot t + D_2$$

初期条件 $(t=0,\ y=0)$ より、$D_2 = 0$.

$$\therefore y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\theta \cdot t \quad \text{――― ④}$$

これで速度と座標が求まったので、③④として、
どういう軌道を描くんですかと言うことは、③④から、
時間を消去してやる。やり方はいろいろだけど、簡単なのは③の式から

③より、 $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta}$

$$\therefore\ y = -\frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\theta} + x \tan\theta$$

上に凸の放物線

最高到達点の時刻は $v_y = 0$ より、

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

座標は、

$$x(t_1) = \frac{v_0^2}{g} \sin\theta\cos\theta$$

$$y(t_1) = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2\theta$$

この式でもいい死、先ほどのx,yの式でもいいんですが、答えが出たときに次元を確認して下さいね。
座標位置は

v_0 と t のかけ算。

長さを時間の二乗で割ったものに、時間の二乗をかけたもの

このようにして放物運動は答えが求まります。

時間があまりないけど、解答用紙を配る。
最初に配ったプリントの、問題1.2をやっていたのですが、
問6.

これはちょっと応用問題ですね。

これをちょっと強少し時間少ないけど[9:43]

次回の授業で答え合わせはしますけれど。

一応解いたものを提出してもらいますけど…