- レポートはやらなくても試験100%
- 教科書を買うこと.(演習は別)
- 上原さんが毎回授業のまとめをつくるの?
- わからなくなったら責任は自分でとる。質問に行く。オフィスアワー 自然系B807
  確実に時間をとりたい人はメールを.
  takeyama@math.tsukuba.ac.jp (時間のアレンジのため)
- 来週休講(数・物・化の健康診断)

1変数を春にやる。
高校と何がちがうんだ?
→ 根本的にちがう 「〜とは」「なぜ〜」 この2つを念頭に。
微積に関して話をすると、
数学類では、微分を計算するとはどういうことかとか、
$x^\alpha$ の微分が $\alpha x^{\alpha-1}$ であるとは何故か.
試験でもそういうことが問われる.
定義~~ていわれ~~は覚えること。完全に。
→ どういう意味をもっているのか
こういう定義をすることで何の役に立つのか.
学問はわかりかたを人と共有する営み

クラス連絡会
→ 2学期の微積:威圧的

数学基礎?

# §1 連続関数とその性質

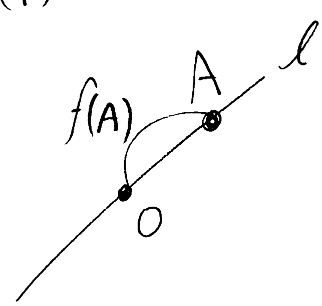
普通は「実数とは何か」。しかしその話は難しい。
しばらくは高校のノリでやる。
しばらく $\varepsilon$-$\delta$ を数学基礎でやってからもっと厳密な話。

## ◎ 関数とは

集合 $X$ の各要素に対して
ある値をただ1つ対応させる規則 $f$ があるとき、
$f$ を $X$ 上の関数といい
$X$ の要素 $x$ に対応する値を $f(x)$ で表す。
このとき、
$X$ を $f$ の定義域、
集合 $\{f(x) \mid x \in X\}$ を $f$ の値域という。

集合と写像が今の数学の基本的な言葉

例(1)




直線 $l$ 上の点 O が与えられたとき、
$l$ 上の各$\underbrace{\text{点}}_{A}$に対し、

$$f(A) = (\text{線分 } OA \text{ の長さ})$$

と定めると、$f$ は
直線 $l$ を定義域とする関数で、
値域は、0以上の実数全体からなる集合である。

例(2) グラフが描けない関数

$0 \leqq x \leqq 1$ の範囲の実数 $x$ に対して、

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x\text{が有理数}) \\ 0 & (x\text{が無理数}) \end{cases}$$

リーマン積分可能じゃない関数の例として必ずでてくる。

と定めると、$f$ は閉区間 $[0, 1]$ を定義域とする関数で、
値域は、$\{0, 1\}$

こういう関数のことも考えて数積は考えられている。

◎連続関数の定義

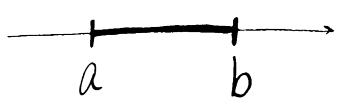
<u>定義</u> (p.23) 関数 $f$ は、点 $a$ を含むある閉区間において定義されているとする。
関数 $f$ が<u>点 $a$ において連続</u>であるとは、

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

が成り立つときにいう。

<u>定義</u> (p.23) 関数 $f$ は区間 $I$ において定義されているとする。
(区間の定義は p.5)
関数 $f$ が<u>区間 $I$ において連続</u>であるとは、
$f$ が区間 $I$ の各点において連続であるときにいう。

<u>補足</u> $I$ が閉区間のとき、




端点における連続性を考えるときは、
片側からの極限のみを考える。
(例. $\displaystyle\lim_{x \to a+0} f(x) = f(\overset{a}{\cancel{x}})$ )

## @ 閉区間における連続関数の性質

**定理 1.12** (p.24)

中間値の定理

Write

**定理 1.13** (p.24)

最大値・最小値の存在

実数とは何かが
分からないと、
この証明ができない

## @ 中間値の定理の応用

関数 $f$ が区間 $I$ において、
(狭義)単調増加 であるとは、

「 $x, x' \in I$ かつ $x < x'$ 」 $\Longrightarrow$ $f(x) < f(x')$