2013.04.12(金4) 線形代数I(数学1年)

来週(火5)は講義らしい。
D509(研究棟)

[14:14]平面ベクトル

矢印ではなく、数字を並べたものをベクトルというと思って下さい。矢印は目に見えるけど、どうしようも扱えない。数字で扱おうということ。矢印・視覚で判断するのは厳密じゃないよね。入門としては非常によいけど、次のステップに進もうと思ったときにたいしたステップに進めない。出だしが難しい方が奥行きが深いものと思って下さい。3次元くらいなら目で追うことはできるけど、それ以上の次元を考えるとその時のベクトルを目で見るわけにはいかない。でも数字だったらそれでおしまい。

高校までは数と呼ばれるものを扱っている。[数値]平面を考えたときは数字2つのセット。100次元なら数字100個のセット。行列もセット。それを一つの記号だけでセットを表すことができるという考え方は非常に大事。抽象。代数系の方が多いので抽象代数と呼ばれている。これが現代数学の中心。ぼくたちが習うのはこれ。

指3本を3という数値だと思ったように、このセットをvと言う記号だと思ったりすることができれば便利になる。この抽象代数は非常に強力。19世紀以降の数学をやろうと思うと、抽象化された考え方に慣れて下さい。

ベクトルのセット一つで一つのものだと思って、数値のように扱う。

抽象代数の世界は、定義の世界。自然に出てくるものではない。

ベクトルの足し算を定義。

でも勝手に定義しても役に立たないものになる。
定義すると、高校の時の座標の説明に使えます、ということ。

[14:25]

先生の言ってることがすぐに分かったらすぐに大学院に来てほしいレベルだから。目標だと思って聞いてて。

ベクトルに対してλ倍を定義する。そうすると、矢印がのびるという説明に使える。
数学基礎で、この定義とか要望があるから、しっかり学んで…

数学の用語って日常用語に似ているんだけど似ていないものを使います。日常用語から判断するものは近いんだけど違うものを使う。数学の用語は数学的に何を意味するか調べて下さい。
数学は論文の最初に記号を全部説明する。一応統一的な記号はある。
定義するという言葉は｢決める｣と言うことだけで問題ないと思うけど。

[14:31]
平面ベクトル全体の集合をR2とする
要素は、集合論では元という。
[ノート]

$\mathbb{R}^2$ 平面ベクトル全体の集合

$$\mathbb{R}^2 \ni v, u \implies v + u \in \mathbb{R}^2$$

$$\mathbb{R}^2 \ni v,\ \lambda \in \mathbb{R} \implies \lambda v \in \mathbb{R}^2$$

抽象化ができてるでしょ？あたかも普通の数字だけであってるみたいでしょ？こういうものを平面ベクトルが満たしているという状況。満足するって言う言い方をするんだけど。

こういう条件を考えるだけでいろんなものが出てくる。まだ条件をいくつかつけるんだけど。それで完全に決定することができる。ある種の条件を満たすものが全部分類できる。何か新しいことを調べるときに、調べる対象を、数学的にこういう性質を満たしますというものが出てくる。

さっきの性質を和とスカラー倍と呼ぶ。
足し算とスカラー倍を定義すると何通りもなる。一意的じゃないけど、

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 1 \\ x_2 - 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

簡単に表示することを目指す

「一つのベクトルを、他のベクトルのスカラーバイト和で表示する」
これを線形結合という言い方をする。

線形と一次は、ほぼ99%同じ意味です。[100%じゃない部分はどこだ。線形代数とは言わないけど一次代数とは言わない程度なのか？]

[14:59]

問 1.2 $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\mathbb{R}^2$のすべてのベクトルは上の3つの線形結合で表すことができるか？

"$\mathbb{R}^2$のすべてのベクトル"
日本語だからまだわからない

"$\mathbb{R}^2$のどのベクトルをもってきても" ← 数学的考え方に近くなる
一気にもってこない。

$\mathbb{R}^2 \ni v$ "条件をつけずに適当にもってきなさい"
しかしそれだと扱えないので

$\mathbb{R}^2 \ni v = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ と~~書ける~~表示できるとする。

$a\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}+c\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ が v になってくれるのが結論

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2a+4b+c\\a+2b+2c\end{pmatrix}$$

けしちゃってもいい

$$c=\frac{x_1-2x_2}{-3},\quad a=\frac{2x_1-x_2}{3},\quad b=0$$

入れれば答えになりますということ

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=x_1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+x_2\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$ の

x_1 が $-\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}+\frac{2}{3}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

x_2 が $\frac{2}{3}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}-\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ におきかえることができる。

↓

$$\left(-\frac{x_1}{3}+\frac{2}{3}x_2\right)\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}+\left(\frac{2}{3}x_1-\frac{1}{3}x_2\right)\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$$

[ノートが終わって]
単純に連立方程式を解いてしまっているけど…根元の部分の変換を行ってしまえば、x1,x2が変わってもいちいち連立方程式を解く必要はない。

線形代数Ｉ（３単位）

２０１３年春学期　金曜日４時限目、水曜日３時限目　１Ｅ４０１

宮本雅彦

miyamoto@math.tsukuba.ac.jp

研究室 ~~E~~804, ~~E~~805　tel 029-853-4393

D　D

先生　院生

成績判定の方針（予定)

(1) 出席点を計算（３０点満点　１欠席につき、-2 点）

（正当な理由無く４割以上欠席者に対しては単位を出さない。）

(2) レポートを数回提出してもらう。２０点満点）

(3) 中間テスト（小テスト）１回　５０点満点、

(4) 期末試験は１００点満点

(5) それ以外、授業における的確な質問など、授業意欲に対して、若干の点数を加算（上限２０点）

合計２００点 $+\alpha$ 満点

上位４割程度に A^+, A の成績をだす。

(6) 宿題（レポート）は、次週の火曜日に、講義が開始する前に教壇に提出

（授業開始後は、その日には決して受け付けない。次回の講義前に提出すること。）